

Caractérisation expérimentale de la réponse d'une corde vibrante sollicitée par un plectre

Q. LECLERE^a, J.-L. LE CARROU^b, P.-A. ROIRON^c

a. LVA INSA Lyon 25 bis av. L. Capelle F-69621 Villeurbanne, France, b. LAM - Institut Jean Le Rond d'Alembert, UMR CNRS 7190, UPMC Univ Paris 06, 11 rue de Lourmel 75015 Paris, France
c. P.-A. Roiron, Artisan Luthier, 37, rue Sébastien Gryphe 69007 Lyon, France

Résumé :

L'objectif du papier est de présenter la conception, la calibration et l'exploitation d'un banc de mesures de la vibration d'une corde de guitare excitée par un plectre. Son originalité réside en la possibilité d'obtenir la vibration de la corde en un grand nombre de points et selon les deux plans de polarisation, permettant de déterminer à chaque instant la déformée de la corde dans l'espace. Ces données expérimentales permettent de valider la conception d'un nouveau type de manche de guitare, dit à déformation utile ciblée, permettant d'optimiser la déformée statique du manche sous tension.

Mots clés : corde vibrante, plectre, facture instrumentale

1.1 Objectifs de l'étude, état de l'art

Dans la famille des instruments de musique à cordes, certains comme la guitare ou le violon, pour citer les plus connus, sont équipés d'un manche. Ce manche, sur lequel on pose les doigts ou un accessoire pour faire varier la hauteur de la note jouée, subit la tension des cordes. Le manche se déforme sous cette tension qui est un chargement de flexion-compression déviée. Plus particulièrement, l'avènement des guitares à cordes en acier au XX^e siècle, où la longueur du manche dépassant hors corps, sa finesse et la tension de ce type de cordes génèrent des déformations non négligeables, a forcé les facteurs d'instruments à trouver des solutions pour limiter cette déformation. Celle-ci peut être faible (guitare classique : quelques 1/10^{èmes} de mm) ou importante (guitare basse électrique : jusqu'à 20mm). Le contrôle de la déformation du manche est un des moyens de gérer la hauteur des cordes par rapport au manche. Cette hauteur de cordes influe à la fois sur le confort de jeu, la justesse et la sonorité produite ; une hauteur de corde minimale, dans la mesure où elle permet néanmoins à la corde de vibrer sans gêne, maximise le confort et la justesse, ce qui améliore les performances et la jouabilité de l'instrument, tout en respectant la sonorité. La maîtrise de cette déformation permet donc face à des paramètres variables, d'adapter le réglage de l'instrument aux exigences (choix de cordes, d'accord, d'ergonomie du manche) et aux particularités du jeu du musicien (force d'attaque, techniques utilisées). En caractérisant l'enveloppe vibratoire des cordes, il est possible d'optimiser la déformée du manche d'un instrument de manière à ce que la hauteur de cordes soit réduite au strict nécessaire, et ainsi améliorer les performances et le confort de l'instrument [11].

L'utilisation de la corde vibrante comme système oscillant d'instrument de musique est probablement née de nos ancêtres charmés par le son produit par la corde de leur arc au lancer des flèches. C'est donc un élément essentiel de la production sonore qui a légitimement suscité beaucoup d'intérêt. Les premières études scientifiques remontent au VI^e siècle avant J-C avec l'école pythagoricienne qui développent un lien entre la longueur vibrante et la notion de fréquence [1]. Il faudra cependant attendre le 18^e siècle pour que les premières mises en équation de la corde vibrante apparaissent, avec les travaux de Jean Le Rond d'Alembert [2]. Depuis lors, les travaux théoriques sur les cordes vibrantes n'ont pas cessé d'intéresser les chercheurs, aussi bien sur la complexité des phénomènes pris en compte [3] que sur la formulation mathématique pour résoudre ces équations (pour en faire de la synthèse sonore par exemple) [4]. Paradoxalement, les travaux expérimentaux d'envergure sur les cordes pour confronter avec la théorie sont assez récents. Dans [5], les auteurs ont développé un banc où la corde est fixée de part et d'autre et est excitée ponctuellement par un plectre de clavecin. Les efforts transversaux et longitudinaux aux limites de la corde sont obtenus à partir de jauges de contraintes. Ces travaux ont permis, outre une comparaison avec la théorie, de donner des ordres de grandeurs sur le mécanisme d'amortissement intrinsèque à la corde (effet visqueux dans l'air, viscoélasticité, thermoélasticité, effets structurels), propriété très importante pour les instruments de musique. Puisqu'une corde ne rayonne quasiment pas, elle est généralement couplée à une structure vibrante (table d'harmonie). C'est ce couplage qui est étudié actuellement, par exemple dans [6], aussi bien expérimentalement que théoriquement. Ces recherches permettent d'expliquer un certain nombre de phénomènes physiques, notamment liés à l'amortissement, par contre laissent peu de place au

musicien. Pourtant de par les conditions initiales qu'il va imposer au système, l'instrumentiste produit un son qui lui est propre. C'est pour ce type d'étude que des capteurs optiques [7] ont été développés afin de mesurer le déplacement de la corde d'une guitare suivant 2 directions au cours du pincement. Dans des travaux récents [8], une caméra rapide couplée à un miroir permet de mesurer à la fois le doigt du musicien et la corde dans l'espace au point de pincement. Malheureusement, ce type de capteur ne permet de mesurer le long de la corde les conditions initiales en déplacement et en vitesse.

Cette communication a pour but de présenter la réalisation et l'exploitation d'un banc d'essai permettant de caractériser la réponse vibratoire d'une corde lorsqu'elle est sollicitée par un plectre, d'une manière la plus proche possible d'une configuration de jeu sur guitare. La deuxième partie présente la conception du banc, ainsi que les étapes préliminaires de réglage du banc et de calibration des capteurs. La troisième partie est dédiée à la présentation de quelques résultats expérimentaux, notamment les conditions initiales de ce type d'excitation ainsi que l'enveloppe vibratoire qui en résulte.

2 Description du banc d'essai

Le bâti du banc d'essai est constitué d'une poutre en acier, pourvue aux deux extrémités d'un cordier et d'une mécanique pour fixer et tendre la corde. Le chevalet et le sillet sont montés sur le bâti avec un diapason classique de guitare basse (860mm), la corde montée est filée et de diamètre 1mm (masse lin. $\mu=13,9\text{g/m}$). Le système d'excitation est constitué d'un balancier relié à une potence via un roulement à billes, et muni à l'autre extrémité d'un support maintenant le plectre, fixé par une pièce intermédiaire en caoutchouc permettant de se rapprocher d'un maintien à deux doigts (cf. figure 1). Le plectre utilisé est en matière plastique d'épaisseur 0.75mm.

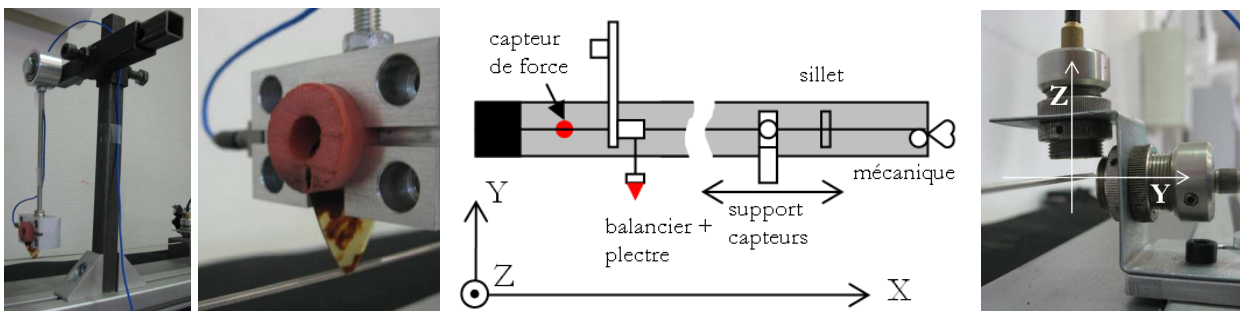


FIG. 1 – Gauche : plectre balancier, support plectre et maintien, accéléromètre. Centre : schéma du banc de mesure Droite : support capteurs de vitesse corde Y & Z.

2.1 Calibration des capteurs de vitesse de corde

Le banc d'essai est muni d'un capteur de force positionné sous le chevalet (cf. fig.1), récupérant l'effort dynamique transmis verticalement au bâti. Le balancier est muni d'un capteur d'accélération permettant de vérifier la répétabilité de l'excitation. La vitesse vibratoire de la corde est mesurée selon l'axe vertical et transversal par deux capteurs électromagnétiques (B&K MM0002) fixés sur un chariot disposé dans un rail parallèle à la corde, permettant de mesurer la vitesse en tout point. Un soin particulier doit être pris pour régler ce parallélisme, car la sensibilité des capteurs de vitesse dépend très fortement de la distance corde capteur. La sensibilité transverse des capteurs a été estimée à -20dB (atténuation du mouvement vertical mesuré en horizontal et inversement). La sensibilité des capteurs dépend fortement de la distance moyenne à l'objet étudié mais aussi de sa forme (cf [10]). Les sensibilités doivent donc être déterminées in-situ, pour une distance capteur-corde et un type de corde donnés. Pour déterminer ces sensibilités in-situ, nous utilisons un exciteur électromagnétique délivrant un signal sinusoïdal de fréquence f voisine de la première fréquence propre positionné à 10cm du sillet à 5mm de la corde. Cet exciteur délivre une force magnétique verticale imprimant un mouvement à la corde. La déformée opérationnelle est supposée suivre le premier mode propre de la corde :

$$z(x,t) = Z \sin(\pi x/L) \sin(2\pi f t) \quad (1)$$

avec L la longueur de corde, x l'abscisse du point et t le temps. L'effort vertical dynamique f_z communiqué par la corde au chevalet en $x=0$ est égal à la projection de la tension T de la corde sur l'axe vertical :

$$f_z(t) = T \sin(dz/dx(0,t)) \approx T Z \pi/L \sin(2\pi f t) = F_z \sin(2\pi f t) \quad (2)$$

La vitesse selon l'axe vertical au milieu de la corde vaut par conséquent :

$$V_z (L/2) = 2 \pi H_0 Z = 2 H_0 L F_z / T \quad (3)$$

Cette relation nous permet de calibrer la sensibilité des deux capteurs de vitesse, montés l'un après l'autre sur le support placé en ($x=L/2$) dans l'axe vertical.

La variation de la distance corde – capteur pendant la vibration a également une incidence non négligeable sur la sensibilité. D'après la documentation [10], la sensibilité suit une loi en D^{-3} (où D est la distance corde-capteur), que nous linéarisons au voisinage de la sensibilité mesurée précédemment :

$$S(t) = \text{constante}/(D_0+d)^3 \approx S_0 (1 - 3d(t)/D_0) \quad (4)$$

où d est la déformation selon Y et Z , D_0 la distance statique corde capteur et S_0 la sensibilité moyenne déterminée précédemment. Pour calculer cette sensibilité, une première intégration doit être effectuée sans correction ($S=S_0$) pour obtenir $d(t)$, ce qui nous permet d'obtenir $S(t)$. Cette procédure peut être effectuée de manière itérative, la convergence est cependant assurée expérimentalement dès le premier calcul. Nous pouvons constater sur la figure 2 (à gauche) l'effet de cette correction sur le déplacement obtenu expérimentalement en $x=L/2$ selon y . On constate que la correction permet d'obtenir des pics d'amplitudes équivalentes en positif et négatif, correspondant aux passages des ondes dans un sens et dans l'autre.

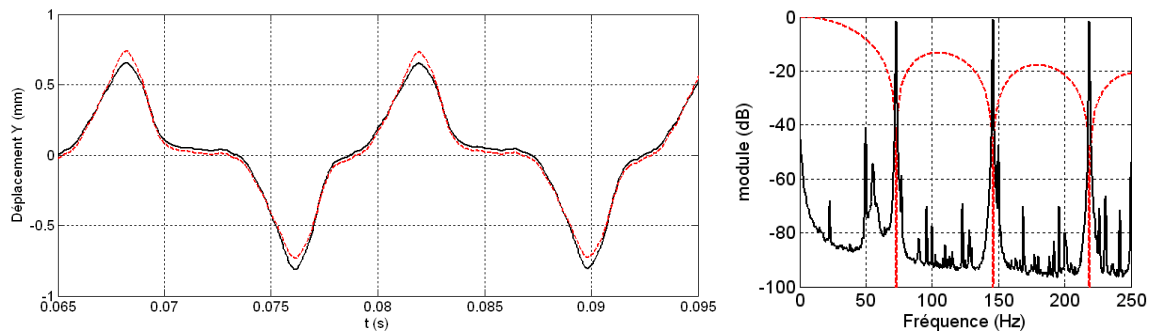


FIG. 2 – À gauche : effet de la correction de non linéarité du capteur sur le déplacement selon Y au centre de la corde, excitation plectre. Déplacement sans correction (noir plein) et avec correction (rouge pointillés). À droite : Transformée de Fourier d'un signal de vitesse (noir) et du filtre utilisé (rouge)

Nous notons par ailleurs que l'intégration de la vitesse mesurée pour obtenir le déplacement de la corde n'est pas triviale, et nécessite un filtrage adéquat des signaux. La principale difficulté est due au bruit basse fréquence, fortement amplifié lors de l'intégration. Pour isoler ce bruit, nous utilisons un filtre moyenneur de type porte d'une largeur égale à une période du signal. La transformée de Fourier de ce filtre s'annule sur les harmoniques du signal, permettant de séparer efficacement le signal du bruit (cf fig. 2, droite).

2.2 Paramètres de la corde étudiée

La théorie des cordes vibrantes avec la raideur (cf. [5]) nous donne la $n^{\text{ième}}$ fréquence propre telle que

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \sqrt{1 + \frac{EI}{T} \frac{n^2 \pi^2}{L^2}} \quad (5)$$

où EI représente la raideur de la corde (E module d'Young et I inertie de flexion). La tension de la corde est réglée de manière à obtenir un RE1 ($f_1 = 73\text{Hz}$). On en déduit une tension de la corde à 220N (en négligeant les effets de raideur sur f_1). Une analyse en fréquence sur les capteurs de vitesse nous permet de déterminer précisément la fréquence des différents partiels, ainsi que la raideur expérimentale de la corde.

Partiel	1	10	20	raideur EI
Y	72,8Hz	729,5 Hz	1467,7 Hz	$6,7^E-04 \text{ N.m}^2$
Z	72,9 Hz	730,7 Hz	1470 Hz	$6,8^E-04 \text{ N.m}^2$

TABLE 1 – partiels de la corde, estimation de la raideur

On constate que la raideur obtenue s'approche de la raideur d'une corde non filée d'un diamètre 0,5mm environ, ce qui correspond au diamètre de l'âme de la corde étudiée (filée, diamètre total de 1mm). On note des fondamentales légèrement différentes sur les 2 axes, probablement causées par les condition limites.

2.3 Répétabilité de l'excitation, synchronisation des acquisitions

La répétabilité de l'excitation est cruciale car c'est elle qui nous permet d'affirmer que le comportement de la corde est le même pour chaque position de mesure. Cette répétabilité se vérifie sur le capteur d'accélération placé sur le balancier du plectre, mais aussi sur l'effort mesuré au chevalet. Les courbes d'effort se superposent quasi parfaitement au début de l'enregistrement. Un décalage maximum d'environ 2ms est observé au bout de 4 s d'acquisition, qui peut être dû à une légère variation de f_1 au cours des différentes acquisitions. Un décalage de 2ms en 4s correspond à une variation de fréquence de 0,04Hz environ pour $f_1=73\text{Hz}$, soit 0,05%. La synchronisation est faite sur le pic d'accélération correspondant au lâcher de la corde.

3 Résultats expérimentaux, synthèse modale, enveloppe vibratoire

3.1 Conditions initiales au lâcher

La vitesse de la corde induite par le passage du plectre est finalement enregistrée tous les 2 cm (43 points au total). Le déplacement de la corde obtenu pendant le contact avec le plectre (3ms) est tracé sur la figure 3. On observe en premier lieu un niveau de bruit assez important, inhérent au banc de mesure (caractère imparfait de la répétabilité). Les résultats obtenus restent cependant pleinement interprétables.

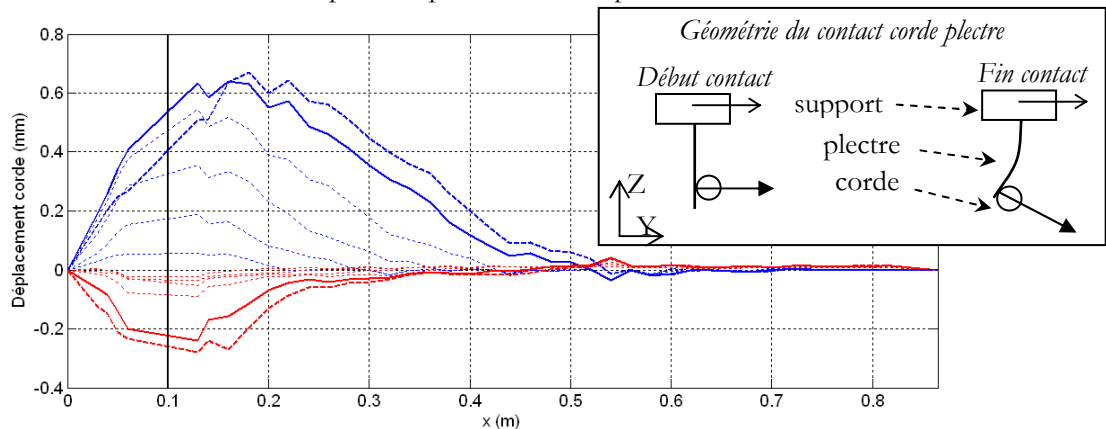


FIG. 3 – Déformation selon x_0y (bleu) et x_0z (rouge) pendant le contact corde plectre (durée 3ms). Pointillés fins : pendant le contact toutes les 0,6ms, trait plein : au lâcher, tirets épais : 0,3ms après le lâcher. Trait noir vertical : position du plectre.

On constate que le déplacement selon Y (axe tangent au déplacement du plectre pendant le contact) évolue à vitesse relativement constante (les courbes sont espacées dans le temps de 0,6ms), tandis que le déplacement selon Z se réalise essentiellement pendant le dernier tiers du contact. Cela est dû au fait que l'effort de contact plectre-corde est orienté perpendiculairement au plectre, selon Y uniquement au début du contact. Durant le contact, le plectre fléchi, et la composante selon Z de l'effort augmente pour atteindre son maximum juste avant la fin du contact. On constate également que le maximum du déplacement initial selon Y n'est pas situé à la position du plectre (10 cm du chevalet) mais à environ 18cm, cela est dû à l'action de la condition limite chevalet pendant le contact. La position de la corde est également représentée sur la figure 3 0,3ms après le lâcher, nous constatons un début de propagation selon Y, mais également une augmentation de l'amplitude selon Z par rapport au lâcher. Cela est dû à la vitesse initiale de la corde au lâcher. Cette vitesse est représentée sur la figure 4. On constate que, contrairement au déplacement, la vitesse initiale a son maximum selon Z.

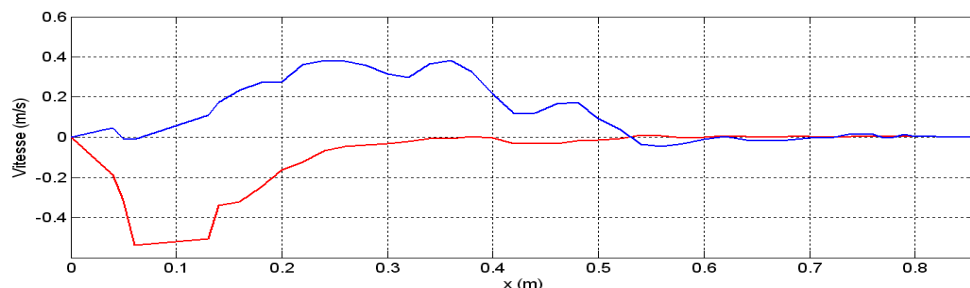


FIG. 4 – Vitesse initiale de la corde au lâcher selon x_0y (bleu) et x_0z (rouge).

3.2 Synthèse modale

Les conditions initiales obtenues expérimentalement peuvent être utilisées pour calculer la réponse de la corde en utilisant un modèle analytique. Nous utilisons un modèle de corde raide sur appuis simples, qui permet d'exprimer la synthèse modale suivante (cf [5]) :

$$d(x, t) = \sum e^{-\varepsilon 2\pi f_n t} \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) (A_n \cos(2\pi f_n t) + B_n \sin(2\pi f_n t)) \quad (6)$$

où d représente la déformée selon Y ou Z , avec f_n donnée par l'équation (5) où la valeur de raideur est estimée expérimentalement (cf. table 1). La valeur d'amortissement modal ε est fixée à 10^{-4} pour l'ensemble des modes (valeur empirique approximative). Les valeurs des coefficients A_n et B_n sont calculés à partir des déformées mesurées au lâcher respectivement en déplacement et vitesse. La série est tronquée pour satisfaire le critère de Shannon spatial (2 points par longueur d'onde, soit 40 modes pour un espacement de 2cm).

Les réponses mesurées et calculées sont tracées sur la figure 5 sur l'axe Z à 8 cm du sillet. Un calcul sans raideur a également été réalisé pour estimer l'effet de ce paramètre. La réponse mesurée est représentée sur la figure 5 à gauche pendant 1,5s, avec l'enveloppe temporelle, constituée des valeurs maximales et minimales de chaque période. Les enveloppes temporelles des résultats de synthèse modale avec et sans raideur sont tracées respectivement en rouge et noir. Les enveloppes obtenues par le calcul avec et sans raideur sont significativement différentes, le calcul avec raideur étant non symétrique. Cette non symétrie se retrouve sur l'enveloppe de la réponse mesurée, et présente une forte similarité avec le résultat du calcul avec raideur. Cette similarité se retrouve au niveau du signal lui même (présenté sur la figure 5 à droite pendant 2 périodes à 2 instants différents). Au début de la réponse (150 ms après le lâcher), les réponses mesurées et calculées avec et sans raideur sont très proches. Environ 1s après le lâcher, la forme d'onde n'a pas changé sur le calcul sans raideur (la corde souple étant non dispersive). En revanche, la forme d'onde est modifiée de manière similaire sur la réponse mesurée et calculée avec raideur.

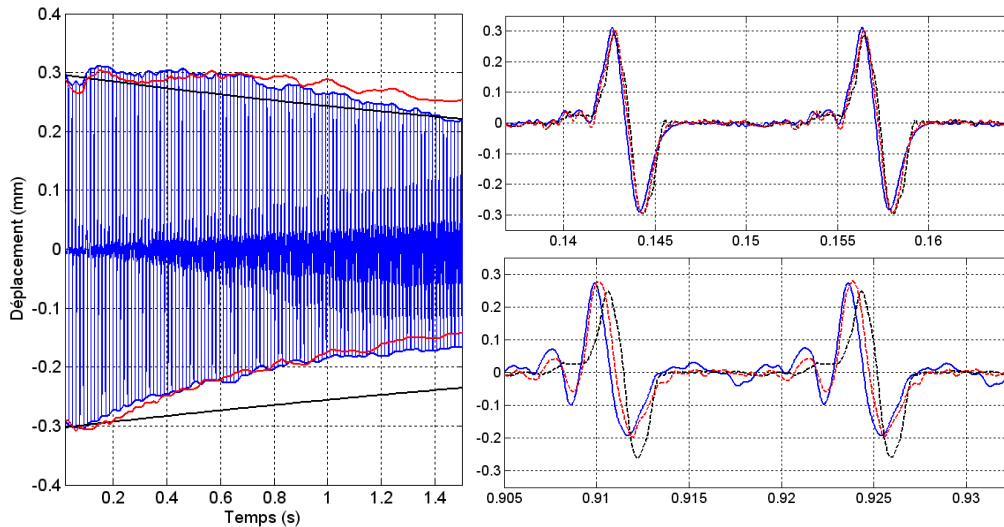


FIG. 5 –Déplacement à 8cm du sillet dans xOz. A gauche : Bleu : signal et enveloppe (expérimental). Noir : enveloppe (calcul sans raideur). Rouge : enveloppe (calcul avec raideur). A droite : Déplacement mesuré (bleu) calculé sans (noir) et avec (rouge) raideur, 150 ms (haut) et 900ms (bas) après le lâcher.

3.3 Enveloppe spatiale

L'enveloppe vibratoire spatiale de la corde décrit le volume occupé par la corde au cours de sa réponse, c'est le volume qui doit par conséquent être laissé libre lors de la conception d'un instrument à cordes, définissant plus particulièrement la distance cordes-frettes sur une guitare. L'enveloppe expérimentale dans l'axe Z est tracée sur la figure 6 à partir des réponses mesurées et calculées (avec raideur, cf. 3.2). Le déplacement de la corde à différents instants de la période est également tracé sur la figure 6, pour illustrer la forme spatiale de l'onde propagée. De T_0 à $T_0 + 5,5\text{ms}$, l'onde se propage du chevalet au sillet, puis est réfléchi par le sillet pendant les 2ms suivantes. L'onde retourne ensuite vers le chevalet, pour retourner à sa position initiale après une seconde réflexion par le chevalet. L'espace parcouru par l'onde décrit à l'enveloppe vibratoire.

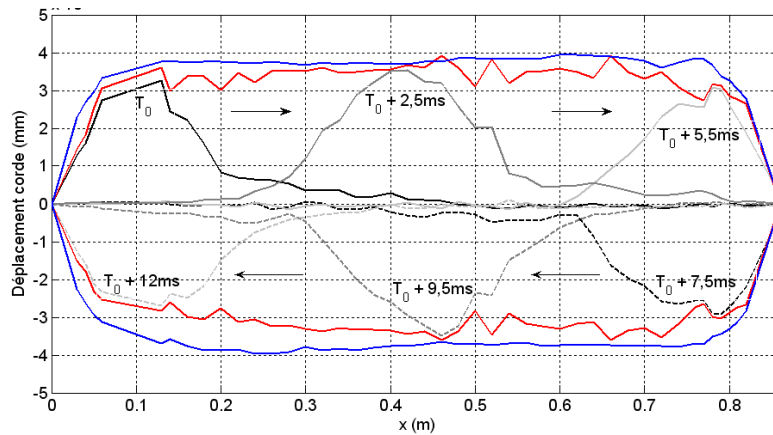


FIG. 6 – Noir et gris : déformations mesurées dans xOz à différents instants d'une période. Rouge : enveloppe vibratoire (mesure) =. Bleu : enveloppe vibratoire (calcul)

4 Conclusion

Nous avons pu dans ce travail mettre en évidence de manière expérimentale le comportement d'une corde soumise à une sollicitation représentative d'un jeu de guitare au plectre. Nous avons dû utiliser des capteurs magnétiques de vitesse vibratoire, assez difficiles à appréhender pour des mesures quantitatives de déplacement (non linéarité, intégration ...). Les résultats obtenus, tout en étant assez bruités, restent tout à fait interprétables. Nous pouvons cependant envisager une étude plus approfondie des incertitudes de mesure sur un tel banc. Les conditions initiales en déplacement et vitesse obtenues expérimentalement et ont été injectées dans un modèle analytique de corde raide sur appuis, le résultat synthétisé est très proche des réponses mesurées. L'enveloppe vibratoire spatiale est relativement constante le long de la corde, avec une décroissance rapide sur la dizaine de centimètres au voisinage des appuis chevalet et sillet. Cette forme dépend essentiellement des conditions initiales, mais on peut penser que ces conditions dépendent du joueur et de la raideur du plectre utilisé. La bonne connaissance de la corde et du mécanisme d'excitation peut cependant nous laisser envisager de pouvoir accéder aux conditions initiales propres à chaque joueur à partir de dispositifs de mesure plus légers. Ces données sont cependant fondamentales pour un luthier ayant une démarche d'optimisation lors de la conception et du réglage de ses instruments.

Références

- [1] Encyclopaedia Universalis
- [2] J. Le Rond d'Alembert « Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibrations », Mémoires de l'académie des Sciences de Berlin, 1747, pp. 214-219
- [3] A. Watzky, « Non-linear vibration three-dimensional large-amplitude damped free vibration of a stiff elastic stretched string », Journal of Sound and Vibration 153, 1992, pp. 125-557
- [4] T. Helie et D. Roze, « Sound synthesis of a nonlinear string using Volterra series », Journal of Sound and Vibration 314, 2008, pp. 275-306.
- [5] C. Valette et C. Cuesta, « Mécanique de la corde vibrante », Hermès, 1993.
- [6] J. Woodhouse, « On the synthesis of guitar plucks », Acta Acustica united with Acustica 90, 2004, pp. 928-944.
- [7] M. Pavlidou, « A physical model of the string-finger interaction on the classical guitar », PhD University of Wales, 1997.
- [8] D. Chadeaux, JL Le Carrou, K. Buys, B. Fabre et L. Daudet, "Etude expérimentale du pincement d'une corde de harpe", Congrès Français d'Acoustique, Lyon, 2010
- [9] Hainque Nicolas, Mazzoleni Camille, Etude de la déformation contrôlée d'un manche de guitare, rapport de projet de fin d'études, Laboratoire vibrations Acoustique, INSA Lyon, 2010.
- [10] BRUEL & KJAER master catalog 1986
- [11] Procédé d'optimisation de la déformation d'un manche équipant un instrument de musique à cordes, Brevet INPI déposé par P.-A. Roiron le 26/11/2010